

А.Ю. ВАСИЛЬЕВ, младший научный сотрудник каф. ТММ и САПР НТУ "ХПИ", Харьков;
А.В. ГРАБОВСКИЙ, к.т.н., младший научный сотрудник каф. ТММ и САПР;
А.В. МАРТЫНЕНКО, младший научный сотрудник каф. ТММ и САПР;
Д.С. МУХИН, бакалавр комп. наук, студент каф. ТММ и САПР;
А.В. УСТИНЕНКО, к.т.н., доц., старший научный сотрудник каф. ТММ и САПР

СОПОСТАВЛЕНИЕ РАСЧЕТОВ КОНТАКТНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ В ЗУБЧАТОМ ЗАЦЕПЛЕНИИ ПО ФОРМУЛЕ ГЕРЦА И МЕТОДОМ КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

В статье рассмотрены наиболее распространенные способы нахождения контактных напряжений в зубчатом зацеплении: формула Герца и метод конечных элементов (МКЭ). На примере зубчатой пары с конкретными характеристиками были проведены расчеты по нахождению уровней напряжений. Проведен анализ и сравнение результатов расчетов. Предложен подход к выбору рациональных параметров математической модели на базе МКЭ, обеспечивающий баланс точности и скорости.

У статті розглянуті найбільш поширені засоби знаходження контактних напружень у зубчастому зацепленні: формула Герца та метод скінчених елементів (МСЕ). На прикладі зубчастої пари з конкретними характеристиками були проведені розрахунки по знаходженню рівнів напруження. Проведено аналіз і порівняння результатів розрахунків. Запропоновано підхід до вибору раціональних параметрів математичної моделі на базі МСЕ, що забезпечує баланс точності і швидкості.

In this article most widespread methods for contact stress finding in tooth gearing are observed: the Hertz formula and the Finite Elements Method (FEM). On an example of gear pair with concrete characteristics calculations of the contact stresses levels have been carried out. The analysis and comparison of calculations results are made. The approach to a choice of rational parameters of mathematical model on the basis of FEM, providing balance of accuracy and speed is offered.

Актуальность проблемы. Наиболее распространенными вариантами расчета контактной прочности зубчатых передач на данный момент являются методики, основанные на формуле Герца [1], например, по ГОСТ 21354-87 [2]. Также последнее время все шире применяют анализ контактного взаимодействия зубьев методом конечных элементов (МКЭ). В отличие от формулы Герца МКЭ позволяет получить полную и достоверную картину распределения деформаций и напряжений по поверхности контакта и в глубине зуба, однако требует значительных временных затрат и достаточно мощных компьютеров. Поэтому возникает актуальная задача сопоставления результатов расчетов этими методами.

Цель и постановка задачи. Задача работы заключается в нахождении контактных напряжений в зацеплении цилиндрической прямозубой передачи двумя методами, сравнении результатов расчетов и выработке рекомендаций по применимости методов. В ходе выполнения работы были рассмотрены: метод, основанный на формуле Герца [2] и метод конечных элементов [3]. Далее каждый из них описан более детально.

Характеристики и условия работы зубчатого зацепления. Для расчета была выбрана зубчатая пара с геометрическими параметрами, приведенными в таблице 1. Исходные данные по нагружению передачи приведены в таблице 2.

Определение контактных напряжений на основе решения задачи Герца. Контактное напряжение образуется в месте соприкосновения двух тел в тех случаях, когда размеры площадки касания малы по сравнению с размерами тел [4], как показано на рисунке 1.

Формула Герца для контактных напряжений:

$$\sigma_H = 0,418 \cdot \sqrt{\frac{q \cdot E_{np}}{\rho_{np}}}, \quad (1)$$

где E_{np} и ρ_{np} – приведенные модуль упругости и радиус кривизны:

$$E_{np} = \frac{2E_1E_2}{E_1 + E_2}; \quad (2)$$

$$\frac{1}{\rho_{i\delta}} = \frac{2}{d_{w1} \cdot \sin \alpha_w} \left(\frac{u+1}{u} \right). \quad (3)$$

За расчетную нагрузку принимают максимальное значение удельной нагрузки, распределенной по линии контакта зубьев, т.е.:

$$q = \frac{F_n}{b_w}, \quad (4)$$

где $F_n = 2T_1 / (d_{w1} \cos \alpha_w)$ – нормальная сила в зацеплении.

Как дополнение к сравнению выступают эквивалентные напряжения по Мизесу – на поверхности контакта и глубинные,

$$\sigma_H^{эkv} = 0,4\sigma_H; \quad (5) \quad \sigma_{Hглуб}^{эkv} = 0,56\sigma_H. \quad (6)$$

Определение контактных напряжений на основе метода конечных элементов. В САД-системе SolidWorks была создана геометрия зубчатого зацепления с приведенными выше параметрами. Эвольвента в профиле зубьев была заменена на сплайн по двадцати трем контрольным точкам. Модификация модели для конечно-элементных задач обычно заключается в упрощении геометрии, а именно удалении фасок, скруглений, лишних отверстий. В нашем случае этого упрощения будет не достаточно, так как не приводит к су-

Таблица 1 – Основные геометрические параметры зубчатой пары

Параметр	Обозначение	Шестерня	Колесо
Число зубьев	z	36	54
Ширина зубчатого венца	b , мм	82	76
Начальный диаметр	$d_{w1(2)}$, мм	108	162
Угол зацепления	α , °	20	
Модуль зацепления	m , мм	3	
Межосевое расстояние	a_w , мм	135	

Таблица 2 – Исходные данные

Параметр	Обозначение	Величина
Частота вращения шестерни	n_1 , об/мин	1000
Крутящий момент на шестерне	T_1 , Н·м	600
Передаточное число	u	5

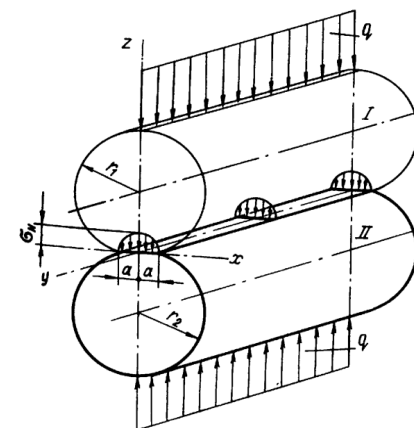


Рисунок 1 – Расчетная схема сжатия двух цилиндров

шественному уменьшению временных ресурсов компьютера. Отметим, что в эвольвентной зубчатой передаче наружного зацепления одновременно контактируют максимум две пары зубьев, поэтому можно модифицировать модель, оставив лишь по три зуба на каждой детали зубчатой пары (с учетом пересопряжения). Для обеспечения баланса точности и скорости решения в исходную геометрию зубчатых колес были внесены следующие изменения:

- рассматривается сектор из трех зубьев;
- диаметр посадочного отверстия увеличен до $(2/3)d_w$ (это упрощение возможно благодаря тому, что геометрия внутри данной окружности не влияет на уровень контактных напряжений);
- уменьшены размеры конечных элементов в зоне контакта;
- применены "rigid" элементы.

На рисунке 2 показана модифицированная модель при контакте зубьев в полюсе.

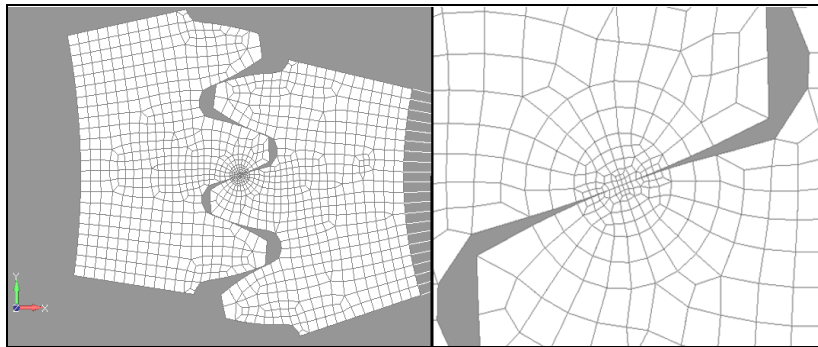


Рисунок 2 – Модифицированная модель зубчатого зацепления

После импорта модели в программу для расчета (в данной работе это Siemens FEMAP 10.2 with NX Nastran) нужно внести или создать следующие данные:

- создание поверхностей контакта в полюсе с коэффициентом трения 0,3;
- применение свойств материала (сталь): коэффициент Пуассона $\nu=0,3$; модуль упругости $E_1=E_2=2,1 \cdot 10^{11}$ МПа; плотность $\rho=7850$ кг/м³;
- тип элементов "Hex";
- создание вращательного момента шестерни вокруг оси z величиной 240Н;
- внесение граничных условий: фиксирование зубчатого колеса; ограничение всех степеней свободы кроме вращения вокруг оси z.

Настройки решателя NX Nastran:

- тип расчета Advanced Nonlinear Static;
- количество шагов для итераций 20;
- сходимости по перемещениям;
- включение автоматического приращения.

Данная модель состоит из 87,5 тыс. элементов и 97,8 тыс. узлов.

По результатам расчета было получено распределение контактных напряжений на компьютерной модели, которое показано на рисунке 3.

Расчет по формуле Герца дает одинаковые контактные напряжения на всей

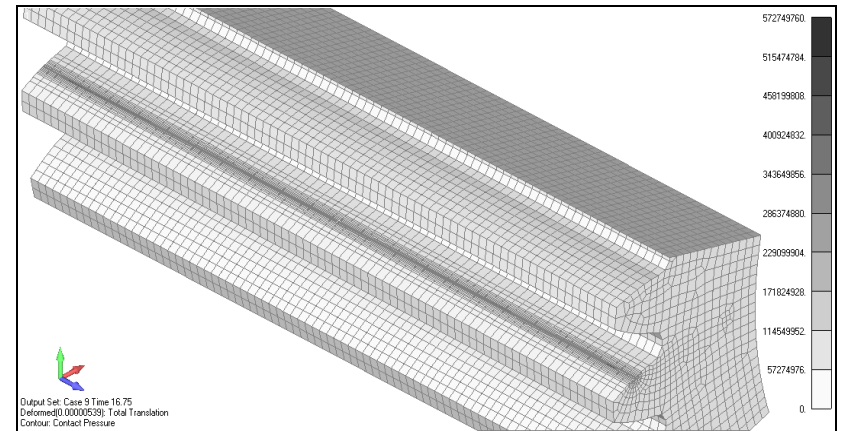


Рисунок 3 – Распределение контактных напряжений

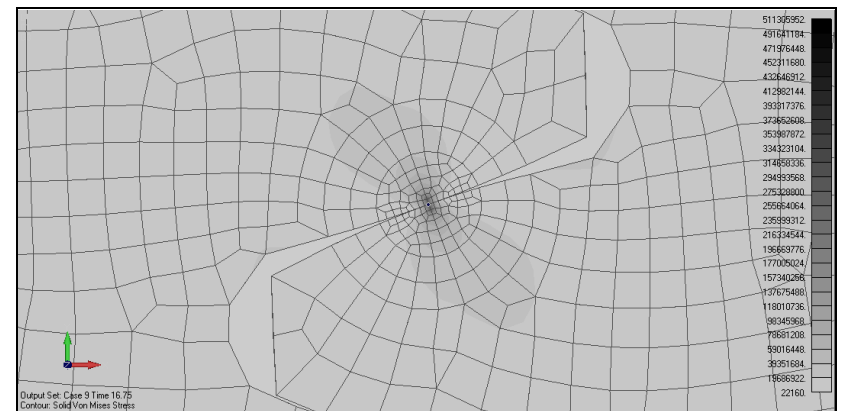


Рисунок 4 – Эквивалентные напряжения по Мизесу

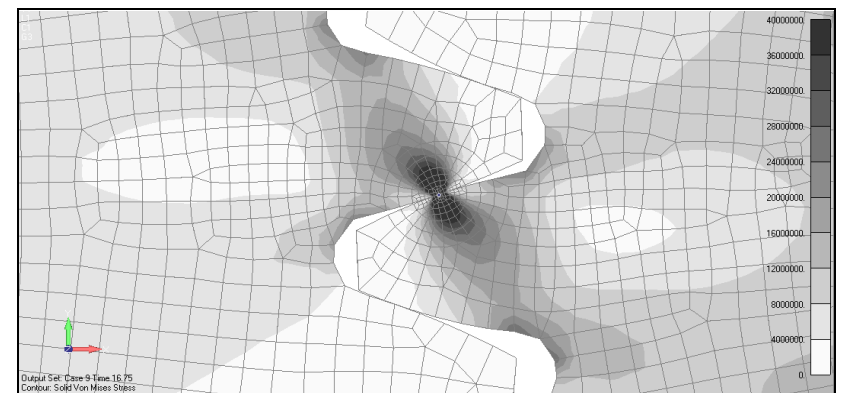


Рисунок 5 – Эквивалентные напряжения по Мизесу в глубине зуба

длине линии контакта. В тоже время расчет при помощи МКЭ учитывает краевые эффекты, поэтому распределение напряжений по длине имеет вид так называемой галтели (напряжения достигают максимума на краях контактной линии). Результаты напряжений на шкале отображены от минимума к максимуму. Для корректности будем сравнивать напряжения в центре линии контакта.

Распределение эквивалентных напряжений по Мизесу и шкала их значений показаны на рисунке 4. Для большей наглядности и определения концентрации глубинных напряжений приведен рисунок 5. Он отображает напряжения по Мизесу в сечении зуба (в данном случае – посередине венца); такая возможность является преимуществом в расчетах с помощью МКЭ.

Сравнение результатов расчетов. Результаты расчетов двумя методами отображены в таблице 3.

Таблица 3 – Сравнение результатов расчетов

Наименование		Напряжения, МПа		
		Контактные	Эквивалентные на поверхности	Эквивалентные глубинные
Обозначение		σ_H	$\sigma_H^{эkv}$	$\sigma_{Hглуб}^{эkv}$
Результат расчета	Формула Герца	464	185,6	241,3
	МКЭ	418	216	275
Отличие между методами, %		9,9	14,1	12,3

Выводы:

1. Показаны возможные пути исследования контактных напряжений в зубчатых передачах: на основе решения контактной задачи теории упругости (формула Герца) и моделированием контактного взаимодействия зубьев методом конечных элементов.

2. Была усовершенствована методика модификации компьютерной модели для импорта в САЕ-систему. Основной необходимостью для этого была экономия ресурсов компьютера и времени для расчета методом конечных элементов.

3. Проведен анализ и сравнение результатов расчетов напряжений в зоне контакта зубьев. Он показал, что отличие между контактными напряжениями в полюсе, рассчитанными двумя методами, составляет менее 10%. Следовательно, для многих случаев оба метода являются эквивалентными. В связи с большей простотой и скоростью расчета для большинства задач можно использовать метод Герца, в то же время, при необходимости учета краевых эффектов, распределения деформаций и напряжений на поверхности и в теле зуба, необходимо использовать МКЭ.

Список литературы: 1. Ковальский Б.С. Расчет деталей на местное сжатие. – Харьков: Изд-во ХВВКИУ, 1967. – 156с. 2. ГОСТ 21354-87. Передачи зубчатые цилиндрические эвольвентные внешнего зацепления. Расчет на прочность. – Введен 01.01.1989. – М.: Изд-во стандартов, 1989. – 76с. 3. Рудяков К.Н. UGS Femap 10.2.0. Геометрическое и конечно-элементное моделирование конструкций. – К.: КПИ, 2011. – 317с. 4. Иванов М.Н. Детали машин: Учеб. для студентов вузов / Под ред. В.А. Финогенова. – 6-е изд., перераб. – М.: Высш. шк., 2000. – 383с.

Поступила в редколлегию 01.06.12